

Zusammenfassungen / Abstracts zu

R. Seydel: Höhere Mathematik im Alltag (Springer, Berlin 2022)

Kapitel 1: Regenbogen

Wie kommt es zu einem Regenbogen, und wie hoch steht er am Himmel? Warum sind die Farben beim Nebenregenbogen anders sortiert? Das Kapitel gibt Antworten. Entscheidend ist das Brechungsgesetz der Optik.

Kapitel 2: Kreiskolbenmotor

Ein Kreiskolbenmotor (auch „Wankelmotor“) hat einen Querschnitt, der für den rotierenden Kolben drei Brennkammern ermöglicht. Die Kontur dieses Querschnitts ist eine komplizierte mathematische Kurve, eine Zykloide. Solche Kurven treten im Alltag auf, wenn sich Kreisbewegungen überlagern, zum Beispiel beim Fahrrad die Bewegung eines in die Speichen geklemmten Reflektors, oder bei der beobachteten Bewegung von Planeten. Die Kontur des Kreiskolbenmotors wird analysiert.

Kapitel 3: Abtastfehler beim Plattenspieler

Die Nadeln von Plattenspielern haben einen elliptischen Querschnitt. Deswegen entsteht, wenn die Nadel nicht genau senkrecht zur Rille einer Schallplatte steht, eine Voreilung an der einen Rillenflanke vor der gegenüberliegenden Flanke. Dies führt zu Verzerrungen im Klang. Um die Verzerrung zu minimieren, sind Tonarme gekröpft. Der optimale Kröpfwinkel wird berechnet, der die Verzerrung minimiert.

Kapitel 4: Stereo-Rundfunk

Bei Stereo-Sendungen des analogen Rundfunks werden die Signale vom rechten und vom linken Mikrofon gleichzeitig übertragen. Hierzu dient das Multiplex-Signal. Dieses wird mit Hilfe der Amplitudenmodulation gebildet. Bei der Analyse spielen trigonometrische Funktionen eine zentrale Rolle.

Kapitel 5: Digitale Tonaufzeichnung

Kontinuierliche zeitabhängige Signale werden digitalisiert, indem sie geeignet abgetastet werden. Die digitalen Versionen dienen als Grundlage jeder Weiterverarbeitung. Beim Digitalisieren treten Diskretisierungsfehler auf, die hier für Tonsignale untersucht werden. In Zeit-Richtung ist die Abtastrate mit dem Nyquist-Shannon-Kriterium verknüpft, und in Signal-Richtung durch unsere Ansprüche beim Hören. Das Kapitel macht klar, wie die Diskretisierungsfehler unter die Hörschwelle gedrückt werden. Entsprechend verlustfrei sind Audio-CDs codiert.

Kapitel 6: Bild- und Datenstruktur

Große Datenmengen treten überall auf, zum Beispiel bei Fotos und Videos, oder bei der Analyse von Aktienkursen. Häufig liegt den Daten eine Struktur zugrunde, die zur Datenkompression oder zur Muster-Erkennung genutzt werden kann. Eine Möglichkeit der Strukturanalyse beruht auf den Hauptkomponenten der Daten. Das wird erklärt und beispielhaft bei einer Bildkompression sowie einer Aktienanalyse angewendet.

Kapitel 7: Bildkompression und JPEG

Bei der Bildkompression hat sich die JPEG-Methode durchgesetzt, sie ist Standard zum Beispiel in der digitalen Fotografie. JPEG beruht auf der diskreten Kosinus-Transformation. Dies wird erklärt und an einem Beispiel illustriert.

Kapitel 8: Navigation mit Filtern

Eine Positionsbestimmung beruht auf mehreren Messungen, die ein mehr oder weniger einheitliches Bild geben können. Wegen Ungenauigkeiten und Messfehlern sind die Ergebnisse im Allgemeinen nicht eindeutig. Deswegen muss ein Messergebnis berechnet werden, das einen möglichst geringen Fehler aufweist und so mit hoher Wahrscheinlichkeit ein sinnvolles Ergebnis aus den Daten herausfiltert. Solche Methoden heißen „Filter“.

Kapitel 9: Berechnung des Sinus

Wenn man Werte einer elementaren Funktion wie Sinus, Exponentialfunktion oder Logarithmus benötigt, drückt man auf einen Knopf des Taschenrechners. Dabei macht man sich keine Vorstellung, was im Taschenrechner eigentlich passiert. Am Beispiel der Sinus-Funktion wird gezeigt, wieviel Scharfsinn in den Algorithmus gesteckt werden muss, dass die verlangte Genauigkeit schnell und sicher erreicht wird.

Kapitel 10: Herzschlag

Die Bewegung des Herzmuskels mit Kontraktion und Entspannung wird über Nervenimpulse gesteuert, eine äußerst komplexe Angelegenheit. Das Kapitel konzentriert sich auf ein einfaches qualitatives Modell einer einzelnen Faser des Herzmuskels. Die Kontraktion des Muskels wird so verständlich, ebenso Fehlfunktionen bei zu hohem Blutdruck.

Kapitel 11: Nervenimpulse

Nervenimpulse bestehen aus periodischen Oszillationen der Membranpotentiale von Nervenfasern. Charakteristisch für einen Nervenimpuls ist, dass diese Potentialschwankung sofort blitzartig in voller Stärke einsetzt, sobald der Nervenreiz einen gewissen Schwellenwert erreicht. Dieses Phänomen wird durch eine Bistabilität mit „hartem Stabilitätsverlust“ erklärt.

Kapitel 12: Populations-Dynamik

Charakteristisch für moderne Forschung ist der Doppelschritt Modellierung und Simulation. Zuerst wird ein Modell formuliert, das dann numerisch ausgewertet wird. Das Ziel ist Gewinn von Erkenntnissen, die auch zur Verbesserung des Modells führen sollen. Diese Arbeitsweise Modellierung/Simulation wird zum Beispiel bei der Analyse von Populationen angewendet. In diesem Kapitel werden zwei Modelle vorgestellt: Zuerst wird eine Epidemie simuliert und danach Wanderungsbewegungen zwischen verschiedenen Studienrichtungen.

Kapitel 13: Schwingung eines Oszillators

Die Erzeugung von stabilen Oszillationen ist für viele technische Anwendungen wichtig, etwa für die Trägerwelle eines Radiosenders. Ein Weg dazu ist ein elektrischer Schwingkreis, der sich durch Rückkopplung selbst erregt. Damit die Stromspannung stabil oszilliert, müssen die Parameter des Oszillators, wie Kapazität des Kondensators und Induktivität der Spule, richtig dimensioniert sein.

Kapitel 14: Frequenzmodulation

Anders als bei der Amplitudenmodulation wird bei der Frequenzmodulation die Frequenz im Rhythmus des Eingangssignals moduliert. Es treten Seitenbänder der Frequenzen auf, deren Amplituden durch Besselfunktionen beschrieben werden.

Kapitel 15: Farbverschlüsselung und PAL

Kameras nehmen je einen Rot-, einen Grün- und einen Blau-Auszug auf, das RGB-Signal. Entsprechend den unterschiedlichen Empfindlichkeiten des Auges wird aus den RGB-Werten ein Schwarz-Weiß-Signal Y berechnet. Aus diesen Daten werden Farbdifferenz-Signale gebildet, die nach einer Skalierung und Digitalisierung schließlich den YCbCr-Vektor mit 24 Bit bilden. Diese Farb- und Helligkeitsinformationen jedes Pixels werden beim digitalen Fernsehen komplett übertragen, womit sich das zweidimensionale Bild des Bildschirms ergibt. Dagegen wird beim klassischen analogen Fernsehen die Ortsabhängigkeit im Bild aufgelöst in ein schnelles zeilenweises Abtasten, wodurch für jedes Bild ein zeitabhängiges Farbsignal entsteht. Dies ist vom Sender zu übertragen. Das PAL-System vermeidet Farbton-Verfälschungen, die durch Laufzeit-Unterschiede auf dem Übertragungsweg vom Sender zum Empfänger entstehen können.